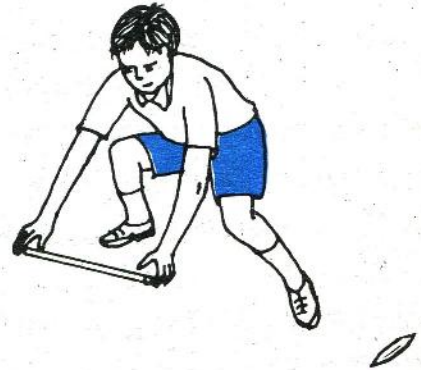


घट-बढ़ और सन्निकटन

नपाई में घट-बढ़

भोला और करीम गिल्ली डंडा खेल रहे थे। भोला ने गिल्ली मारी और 100 डंडे मांगे। करीम ने डंडे गिने तो कुल 98 आए। दोनों में झगड़ा होने लगा। उन्होंने तय किया कि दोनों मिलकर गिनेंगे। गिना तो 101 डंडे आए। करीम को लगा ऐसा हो नहीं सकता। बोला – "चलो, एक बार और देख लेते हैं।" इस बार गिनने पर 100 डंडे आए। दोनों चक्कर में पड़ गए। क्या बात है? ध्यान से गिनो तो भी कुछ न कुछ अंतर आ ही जाता है। क्या जितनी बार गिनो ऐसा होता ही रहेगा? आखिर कैसे मालूम करें कि यह दूरी कितनी है? क्या पैमाने से नापें तब भी घट-बढ़ होती रहेगी?



आओ, हम खुद नापकर देखें ।

दूरी नापना अध्याय में कुछ ऐसी बातों की चर्चा की गई थी जिन पर ध्यान न दें तो नपाई में गलती हो सकती है । याद हैं वे बातें ? जैसे, पैमाना सीधा रखना, ठीक जगह से उसे पढ़ना, पैमाने की अल्पतम नाप पता कर लेना, इत्यादि ।

नापने में सावधानी

किसी एक टेबल की लंबाई नापनी है । आधे मीटर का पैमाना लो । तुम्हारे पैमाने की अल्पतम नाप कितनी है ? (1)

प्रयोग - 1

सावधानी से टेबल की लंबाई नापो और चुपचाप नाप को एक पर्ची पर लिख लो । अपनी पर्ची दूसरों को अभी मत दिखाना । दूसरों की नापों को जानते हुए हम नपाई करें तो अक्सर लगता है कि हमारी नाप भी वही आनी चाहिए । इससे हम अपने मन से नाप नहीं ले पाते ।

सब नाप ले लें तो फिर सबकी पर्चियों से नापों को अपनी कापी में उतार लो ।

क्या सबकी नाप बराबर आई ? (2)

सब सावधानी से नाप लें फिर भी सबकी नापों में कुछ घट-बढ़ होती है ।

इस घट-बढ़ का कोई कारण सुझा सकते हो ? (3)

तुम्हारे विचार में क्या सभी नाप बराबर आनी चाहिए ?

कुछ घट-बढ़ तो इसलिए है कि सब विद्यार्थियों ने अलग-अलग पैमानों से नापा है । परंतु एक ही व्यक्ति एक ही पैमाने से कई बार नापे तब भी घट-बढ़ हो सकती है । बार-बार पैमाने को रखने और हर बार उसे पढ़ने में कुछ अंतर तो आ ही सकता है । तुम करना चाहो तो टेबल की लंबाई को पांच बार नापकर देखो ।

कापी में लिखी नापों में से क्या कुछ नाप ऐसी हैं जो बिलकुल गलत लगती हैं ?

गलत नाप की पहचान

यदि कोई नाप बाकी सब नापों से बहुत ही अलग हो तो उसे गलत माना जा सकता है। एक उदाहरण लेकर इस बात को समझने की कोशिश करते हैं।

चौदह बच्चों ने आधे मीटर के पैमाने से एक खिड़की की ऊंचाई नापी। उनकी नाप इस प्रकार थी : -

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| (1) 91.2 से.मी. | (8) 93 से.मी. 5 मि.मी. |
| (2) 93 से.मी. 8 मि.मी. | (9) 80.3 से.मी. |
| (3) 92 से.मी. 5 मि.मी. | (10) 91 से.मी. 8 मि.मी. |
| (4) 90.7 से.मी. | (11) 90.9 से.मी. |
| (5) 1.42 फुट | (12) 91.4 से.मी. |
| (6) 923 | (13) 92 से.मी. 4 मि.मी. |
| (7) 92.6 से.मी. | (14) 93.6 |

इनमें से दो नाप लगती हैं कि सही होंगी पर उनकी इकाई नहीं लिखी गई। ये नाप कौनसी हैं ? इनकी इकाई भी लिखो। (4)

इस सूची में दो नाप बिलकुल गलत लगती हैं। उन्हें पहचानकर लिखो। (5)

इनको लेने में जरूर कोई गलती की गई है। इसलिए इन दोनों नापों को हटाया जा सकता है। कुल बची बारह नाप।

सभी नापों को से.मी. में ही लिख लें तो हमारी सूची ऐसी बन जाएगी -

- | | |
|-------------|-------------|
| 91.2 से.मी. | 93.5 से.मी. |
| 93.8 से.मी. | 91.8 से.मी. |
| 92.5 से.मी. | 90.9 से.मी. |
| 90.7 से.मी. | 91.4 से.मी. |
| 92.3 से.मी. | 92.4 से.मी. |
| 92.6 से.मी. | 93.6 से.मी. |

अब सवाल यह उठता है कि इन नापों के आधार पर खिड़की की क्या ऊंचाई बताएं ? तुम्हारा क्या सुझाव है ?

**खिड़की की ऊंचाई
कैसे बताएं ?**

सब नाप बराबर तो नहीं हैं पर पास-पास ही हैं । यानी नापों में थोड़ी बहुत घट-बढ़ है ।

सबसे छोटी नाप क्या है ? (6)

सबसे बड़ी नाप क्या है ? (7)

खिड़की की ऊंचाई का अब हम अच्छा अनुमान लगा सकते हैं । हम कह सकते हैं कि खिड़की की ऊंचाई शायद सबसे छोटी और सबसे बड़ी नापों के बीच में कहीं होगी । इसे मालूम करने के लिए औसत निकालने का तरीका उपयोग में लाया जाता है ।

औसत कैसे निकालोगे ?

ऊपर दी गई बारह नापों को जोड़ लो ।

नापों का औसत निकालना

- 91.2 से.मी.
- 93.8 से.मी.
- 92.5 से.मी.
- 90.7 से.मी.
- 92.3 से.मी.
- 92.6 से.मी.
- 93.5 से.मी.
- 91.8 से.मी.
- 90.9 से.मी.
- 91.4 से.मी.
- 92.4 से.मी.
- 93.6 से.मी.

जोड़ = 1106.7 से.मी.

कुल 12 नाप हैं। इसलिए जोड़ को 12 से भाग देकर हम देखते हैं कि —

$$\text{नापों का औसत} = \frac{1106.7}{12} = 92.225 \text{ से.मी.}$$

औसत के मान को ध्यान से देखो। यदि हम कहें कि खिड़की की औसत ऊंचाई 92.225 से.मी. है तो काफी भ्रम हो सकता है। दशमलव के बाद पहला अंक से.मी. का दसवां भाग है। खिड़की की नाप केवल दशमलव के पहले अंक तक दी गई थी। अब अपना पैमाना देखो। दशमलव का दूसरा और तीसरा स्थान से.मी. का सौवां और हजारवां भाग है जो इस पैमाने से नहीं नापा जा सकता। इसलिए औसत नाप को भी दशमलव के पहले स्थान तक ही लेना उचित होगा।

92.225 से.मी. को दशमलव के पहले स्थान तक बताना हो तो कैसे लिखें ?

दशमलव के बाद पहले स्थान तक सन्निकटन करके 92.225 से.मी. को 92.2 से.मी. लिखा जाता है। इसलिए हम कह सकते हैं कि सूची में दी गई नापों के आधार पर खिड़की की औसत ऊंचाई 92.2 से.मी. है।

अब सूची को फिर से देखो। इसमें तो 92.2 से.मी. की कोई नाप नहीं है। पर अब हम इसी नाप को खिड़की की औसत ऊंचाई मान रहे हैं, इससे यह स्पष्ट होता है कि सूची की बारह नापों में से किसी को भी सही या गलत नहीं मान सकते। हां, हम यह जरूर कह सकते हैं कि इनमें से कुछ नाप औसत नाप के ज्यादा निकट हैं।

सोचने की बात

कुल बारह नापों की जगह यदि बीस नाप ली जाती तो क्या खिड़की की औसत ऊंचाई बदल सकती थी ?

जब भी कुछ नाप ली जाएं तो उनमें घट-बढ़ जरूर होगी। और हर बार अलग नापों का औसत भी अलग आ सकता है।

खिड़की तो वहीं की वहीं लगी है । न घटती है न बढ़ती है । केवल हम ही नहीं बता पाते कि आखिर उसकी ऊंचाई है कितनी ? बस इतना कह पाते हैं कि इन नापों के आधार पर उसकी औसत ऊंचाई इतनी है । हां, इतना जरूर है कि जितनी बारीकी से नपाई होगी उतनी बारीकी से उसकी औसत ऊंचाई पता चलेगी ।

अच्छा, तो अब आ जाएं फिर से टेबल की लंबाई पर । अब तुम कापी में लिखी अपनी नापों को फिर से देखो । तुमने टेबल की लंबाई नापी थी । कौन-कौन सी नाप बिलकुल गलत हैं उन्हें पहचानो । उनमें किस तरह की गलती हुई होगी ?

गलत नापों को छोड़कर बाकी नापों की सूची बनाओ जिसमें सभी नाप से.मी. में लिखी हों । (8)

सब नापों का औसत निकालो । (9)

दशमलव के पहले स्थान तक टेबल की औसत लंबाई से.मी. में लिखो । (10)

इसके लिए फिर सन्निकटन करना होगा ।

मान लो 27.73 का दशमलव के पहले स्थान तक सन्निकटन करना है ।

दशमलव के दूसरे स्थान पर कौनसा अंक है उसे देखो । यदि वह अंक 5 से कम है तो हम उसे छोड़कर संख्या को दशमलव के पहले स्थान तक वैसे ही लिख देंगे । पर यदि वह अंक 5 है या 5 से अधिक है तो फिर हम दशमलव के पहले स्थान वाले अंक को 1 से बढ़ा देंगे ।

तुम्हारी टेबल की लंबाई

सन्निकटन का नियम



अब देखो, 27.73 में दशमलव के दूसरे स्थान पर 3 है, जो 5 से कम है। इसलिए उसे छोड़ देंगे और बाकी संख्या को वैसे ही लिख देंगे, 27.7।

पर यदि संख्या है 54.86 तो 54.86 में दशमलव के दूसरे स्थान पर 6 है, जो 5 से अधिक है। इसलिए दशमलव के पहले स्थान पर 8 में 1 जोड़कर उसे 9 कर देंगे। यानी 54.86 को दशमलव के पहले स्थान तक सन्निकटन करके लिखेंगे 54.9।



दशमलव के बाद किसी भी स्थान तक सन्निकटन करना हो तो केवल उसके ठीक दाईं ओर वाले अंक को देखना होता है। उसके आगे और कितने भी अंक दिए हों, उन्हें देखने की कोई जरूरत नहीं।

उदाहरण के लिए, यदि 7.847356 में दशमलव के बाद दूसरे स्थान तक सन्निकटन करना है तो केवल दशमलव के बाद के तीसरे स्थान को देखो। इस संख्या में तीसरे स्थान पर 7 है जो 5 से अधिक है। इसलिए उसके बाईं ओर वाले अंक 4 में 1 जोड़ दो। सन्निकटन करके लिखा जाएगा 7.85।

दशमलव के दूसरे स्थान तक सन्निकटन के अन्य उदाहरण –

0.283 को लिखा जाएगा 0.28
8.1072 को लिखा जाएगा 8.11
66.06498 को लिखा जाएगा 66.06
2.0049 को लिखा जाएगा 2.00

दशमलव के पहले स्थान तक सन्निकटन करें तो –

57.87 को लिखा जाएगा 57.9
0.052 को लिखा जाएगा 0.1
3.4531 को लिखा जाएगा 3.5
6.036 को लिखा जाएगा 6.0

इकाई तक सन्निकटन किया जाए तो -

- 8.8 को लिखा जाएगा 9
99.64 को लिखा जाएगा 100
0.5 को लिखा जाएगा 1
6.2 को लिखा जाएगा 6

(क) नीचे दी गई संख्याओं का दहाई तक सन्निकटन करो -

सन्निकटन के अभ्यास

878
10,909
3,635 (11)

(ख) इकाई तक सन्निकटन करो -

9.9
503.2
0.6 (12)

(ग) दशमलव के पहले स्थान तक सन्निकटन करके लिखो -

1.25
88.325
110.0826 (13)

(घ) दशमलव के दूसरे स्थान तक सन्निकटन करो -

0.995
77.3224
3.259 (14)

नए शब्द : घट-बढ़ औसत
 सन्निकटन औसत का मान